

【解説】デイヴィド・ウィルコックが最新のブログ記事「ルシファーの正体を暴く」で、自分の宇宙観を数学的に表現する論文が出たと言って、ほとんど狂喜している、2人の理論物理学者による論文“Amplituhedron”についての、第三者による解説記事をここに紹介する。『シンクロシティ・キー』（4月中旬刊行予定）などに述べられている彼の考え方は、「(宇宙創造の) エネルギー場は、完全な、調和的な幾何学パターンに構造化されている」というものである。Amplituhedron とは「振幅多面体」と訳すべきかどうか分らないが (amplitude は振幅、-hedron は～面体)、宇宙のあらゆる構成物質や構成原理を生み出す根源としての、時空を超えた、純粋な幾何学的対象——つまりアイデア、ロゴス——である。

これは科学革命であるだけでなく、我々の時空の観念を虚妄として、根本から生きる意味を問い直させるものになるかもしれない。この世界はより高次元の真実世界の影のようなものであり、それ自体が実体ではないというプラトン哲学が、“終末”のこの時期になって、やっと科学的に納得できるようになったとも言えるだろう。

量子力学の中心にある一つの宝石

——物理学者たちが粒子物理学の根底にある幾何学を発見——

By: Natalie Wolchover

September 17, 2013



(Andy Gilmore による)

新しく発見された、より高い次元における、多くの切り口をもった宝石に似た数学的対象 **amplituhedron** の、画家による表象。このものの体積に、計算可能な現実世界の最も基本的な特性——粒子相互作用の事象の確率——が暗号化されて存在する。

物理学者たちは、粒子相互作用の計算を劇的に単純化し、空間と時間を現実の基本的な構成体だとする考えを疑問とする、一つの宝石のような幾何学的対象を発見した。

「これは非常に新しく、これまでに試みられたいかなるものより、はるかに単純なものです」と、この仕事を見守ってきたオックスフォード大学の数学・物理学者 **Andrew Hodges** は言った。

自然界の最も基本的な事象である粒子相互作用が、幾何学の結果であるかもしれないという発見は、量子場の理論、素粒子とその相互作用を記述する法則の総体を、公式化し直す十年來の努力を、大きく前進させるものである。何千もの項をもつ数学的公式によって、これまで計算されていた相互作用は、現在は、それと等価のただ1項によって表現され、それに相当する宝石のような“**amplituhedron**”の体積を計算することによって、記述することができる。

量子場理論のこの新しい幾何学的ヴァージョンは、また、大小のスケールの宇宙像を縫い目なく結合する、量子重力理論の探究を容易にすることもできる。重力を量子スケールにおいて物理法則に取り込もうとするこれまでの試みは、無意味な無限性と深い矛盾に乗り上げてきた。**Amplituhedron** や同類の幾何学的対象は、局所性 (**locality**) と単一性 (**unitarity**) という2つの深い根を持つ物理学の原理を、撤廃することができる。

「これらは両方とも、我々がものを考える通常の仕方にしっかり組み込まれている」と、プリンストン高等研究所物理学教授で、この新しい仕事をリードする **Nima Arkani-Hamed** は言う。「しかし両方とも怪しいものです」。

局所性とは、粒子たちは、時空的に隣り合った場所からのみ相互作用することができるという考えである。そして単一性とは、一つの量子力学的相互作用のすべての可能な結果の確率は、総計1にならなければならないというものである。これらの概念は本来の形での量子場理論の中心的柱だが、重力を巻き込むある状況では、両者とも崩れて、どちらも自然界の基礎的な相ではないことを示唆する。

この考え方に調和して、粒子相互作用へのこの新しい幾何学的アプローチは、その出発となる想定から、局所性と単一性を取り除いている。**Amplituhedron** は空-時と確率から築か

れるものではない。これらの特性は、この宝石の幾何学の帰結から生ずるものにすぎない。空間と時間、そしてその中を動き回る粒子という通常の考え方は、一つの構成体 (construct) である。

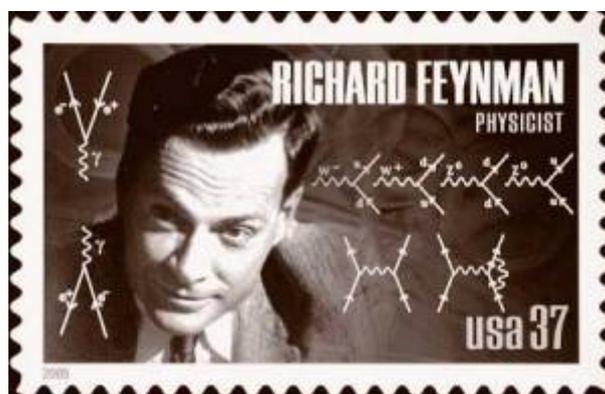
「この新しい考えは、すべてについて全く違った考え方をさせる、よりすぐれた公式化です」と、ケンブリッジ大学の理論物理学者 David Skinner は語った。

Amplituhedron そのものは重力を記述するものではない。しかし Arkani-Hamed とその共同研究者たちは、それを記述する関係する幾何学的対象が、あるかもしれないと考えている。それが持つ特性は、なぜ粒子が存在するようになるか、なぜそれらが三次元空間を動き、時間とともに変化するようになるか、を明らかにするだろうと考えている。

「究極的には（単一性と局所性を）持たない理論を発見する必要があると、我々は分かっているのだから、それは結局、重力の量子理論を記述する出発点なのです」と、Bourjaily は言っている。

扱いにくい機械

Amplituhedron は、より高い次元における、込み入った、多数の切り口をもつ宝石のように見える。その体積の中に暗号化されて、現実世界の計算可能な、最も基本的な特徴、すなわち「散乱振幅」(scattering amplitudes) が存在し、これが、あるセットの粒子が衝突したときに、ある別の粒子に変化する可能性を示している。これらの数値は、素粒子物理学者が計算し、スイスの大型ハドロン衝突装置のような素粒子加速器において、高精度にテストしているものである。



アイコン的な 20 世紀の物理学者 Richard Feynman は、1つの相互作用が起こり得るすべての起こり方を図に描くことによって、粒子相互作用の確率を計算する方法を発明した。“ファインマン図形”の例が、彼を記念する 2005 年の郵便切

手にあしらわれている。

その当時は大きな革新であった、散乱振幅を計算する 60 年来の方法は、ノーベル賞物理学者であるリチャード・ファインマンによって開拓された。彼は散乱のプロセスが起こり得る、あらゆる起こり方を線画にスケッチし、次に、異なった絵の確率を総計した。最も単純なファインマン・ダイアグラムは樹木のように見える。ある衝突に巻き込まれた粒子たちは、根のようになって集まり、そこから生成する粒子たちは枝のように伸びている。もっと複雑な図形にはループがついていて、そこで衝突する粒子たちは、観察できない“仮想粒子”に変わり、それらが互いに作用し合って、観察可能な最終生成物として枝を出す。ループが 1 つのもの、2 つのもの、3 つのもの等々があり、散乱プロセスがますますいびつな (baroque) 繰り返しとなり、これがその振幅全体に次第に貢献しなくなる。ヴァーチャル粒子は決して自然界では観察されないが、それらはその単一性——つまり確率の総和が 1 となる要請——のために数学的に必要と考えられていた。

「ファインマン図形の数はいくらにも爆発的に大きいので、ごく単純なプロセスの計算ですら、コンピューターの時代までなされていなかった」と Bourjaily は言った。見たところ簡単な出来事、例えばグルーオンと呼ばれる 2 つの原子以下の粒子が衝突して、4 つのよりエネルギーの小さいグルーオンをつくり出すような例 (大型ハドロン衝突装置では 1 秒に 10 億回単位で起こる) できえ、220 もの図形が必要になり、それが集まると、散乱振幅の計算に何千という項が加わることになる。

1986 年、ファインマンの装置は、ループ・ゴールドバーグ・マシン (Rube Goldberg machine、不必要に複雑な機械) であることが明らかになった。

超伝導超大型加速器をテキサスに建設する準備のために (この計画は後に撤回された)、理論物理学者たちは、既知の粒子相互作用の散乱振幅を計算して、興味を引く、あるいは風変わりな徴候を、際立たせる背景をつくろうとした。しかし 2 つのグルーオンから 4 つのグルーオンへのプロセスできえ、あまりにも複雑だったので、物理学者のあるグループはその 2 年前に、「そのようなものは、予見可能な将来において評価されることはないと思われる」と言明していた。

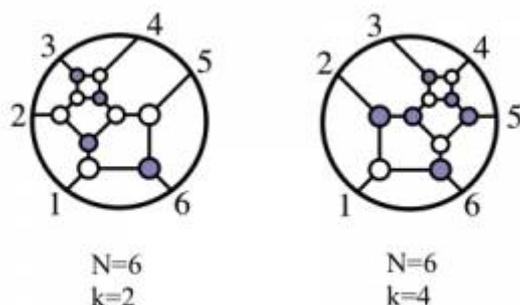
イリノイ州フェルミ国立加速器研究所の理論物理学者 Stephen Parke と Tomasz Taylor は、この言明を挑戦と受け取った。いくつかの数学的な技を用いて、彼らは何とかがして、2 グルーオンから 4 グルーオンへの振幅計算を、数十億項から 9 ページの公式に単純化し、1980 年代のスーパーコンピューターがこれを扱うことができた。その後、他のグルーオン相互作用の放散振幅に観察されたパターンに基づいて、パークとテイラーは、この振幅を

表わす単純な1つの項があるのではないかと推定した（リンク）。それは、普通のコンピューターが確かめたところでは、9ページの公式に相当した。言い換えると、何千もの数学上の項に相当する何百ものファインマン図形を含めた、量子場理論の伝統的な機構は、はるかにより単純な何かを、分りにくくしていたのだった。Bourjaily が言ったように、「答えはたった1つの関数なのに、なぜ何百万もの寄せ算をするのか？」

「私たちはその当時、重要な答えが出ていることが分っていました。我々は直ちにそれが分かっただが、これをどうすべきか分らなかった」とパークは言った。

Amplituhedron

パークとテイラーの単一項の解答のメッセージは、解釈するのに何十年もかかった。「その単一項の、美しい小さな関数は、次の30年間、遠くの信号のようでした」と Bourjaily は言った、「それは実はこの革命の出発点だったのです。」



6つのグルーオン間の相互作用を示すツイスター（twistor）図形——この素粒子の2つ（左）と4つ（右）が、スピンの似た特質である負のヘリシティ（helicity）をもつ場合。この図形は、6-グルーオンの散乱振幅の単純な公式を導き出すのに用いることができる。

2000年代中ごろに、粒子相互作用の散乱振幅の更に多くのパターンが現れ、それらは量子場理論の背後にある、隠れた、一貫性ある数学的構造の存在を、繰り返し示唆した。最も重要なのは、BCFW 反復関係と呼ばれる1セットの公式であった（BCFWは、Ruth Britto, Freddy Cachazo, Bo Feng, Edward Witten の頭文字）。よく知られた位置と時間のような変数によって散乱プロセスを説明し、何千ものファインマン図形でそれらを描く代わりに、BCFW関係は、“ツイスター”と呼ばれる不思議な変数によって表わすことができ、粒子相互作用は、一握りの、結びついたツイスター図形によって捉えることができる。この関係は、大型ハドロン衝突装置での衝突のような、実験に関連する散乱振幅を計算するための道具として、急速に採用されるようになった。しかしそれらの単純さは謎であっ

た。

「これらのBCFW関係の項は、別世界からやってくるものでした。そして私たちは、その世界が何であるかを理解しなかった」と Arkani-Hamed は言った。「それが 5 年前に私をこの主題に引き込んだものです。」

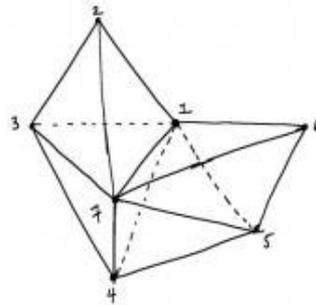
Pierre Deligne のような主導的な数学者の助けを得て、Arkani-Hamed とその共同研究者たちは、反復（回帰）関係と、繋がったツイスター図形は、あるよく知られた幾何学的対象に一致することを発見した。実際、Arkani-Hamed, Bourjaily, Cachazo, Alexander Goncharov, Alexander Postnikov, Jaroslav Trnka によって、12 月に arXiv.org に掲載された論文（リンク）に詳述されているように、このツイスター図形は、positive Grassmannian と呼ばれる、この幾何学対象の部分の総体を計算するための指図を与えた。

これは、その特性を研究した 19 世紀ドイツの言語学者・数学者 Hermann Grassmann から名づけられたもので、Arkani-Hamed は「positive Grassmannian は、三角形の内部の、ほんの少しだけ年上の従兄みたいなものだ」とこれを説明する。三角形の内部が、交差する線によって仕切られた 2 次元空間の領域であるように、positive Grassmannian の最も単純なケースは、交差する平面によって仕切られた N 次元空間の領域である（N は散乱プロセスにかかわる粒子の数）。

それは、2 つの衝突するグルーオンが 4 つのグルーオンに変わる可能性のような、現実の粒子データの幾何学的表わし方であった。しかしまだそこに欠けている何かがあった。

物理学者たちは、散乱プロセスの振幅が、純粋に、そして必然的に幾何学から生ずるものであることを望んだ。しかし局所性と単一性は、それを得るには、positive Grassmannian のどの一部同士を加えればよいのかを要求していた。彼らは振幅が「何らかの特定の数学的問題の答え」なのかどうかを考えた、とカリフォルニア工科大学のポスト・ドクター研究員の Trnka は言った。そして「確かにその通りなのです」と付け加えた。

7-point Amplituhedron in P^3



Amplitude for $[1^+ 2^+ 3^+ 4^+ 5^+ 6^+ 7^- 8^-]$

8-グルーオン粒子の相互作用を表わす **amplituhedron** のスケッチ。ファインマン図形を用いると、同じ計算が、およそ 500 頁分の代数を必要とするだろう。

Arkani-Hamed と Trnka は、散乱する振幅は、ある全く新しい数学的対象—**amplituhedron**—の体積に等しいことを発見した。一つの特定の散乱プロセスの細部は、それに対応する **amplituhedron** の次元と切り口を指令する。ツイスター図形で計算され、次に手で集められていた **positive Grassmannian** の一部は、ちょうど三角形が集まって多角形を作るのと同じように、この宝石の内部にぴったりと収まる組み立てブロックだった。

ツイスター図形と同じく、ファインマン図形も、一つひとつ **amplituhedron** の体積を計算するもう 1 つの方法である——が、はるかに能率が悪い。「それらは空・時の中で、局所的かつ単一的であるが、それらは必ずしもあまり便利でなく、この宝石の形そのものにうまく合わない」と Skinner は言っている。「ファインマン図形を使うことは、^{みんな}明の花瓶を取って床に落として壊すようなものです。」

Arkani-Hamed と Trnka は、ある場合には、その各部分の体積を計算するのにツイスター図形を使うことなく、直接、**amplituhedron** の体積を計算することができた。彼らはまた、無限数の切り口をもつ“マスター **amplituhedron**”をも発見した——それは無限数の辺をもつ、2次元の円のようなものである。その体積は理論上、すべての物理的プロセスの全振幅を表わしている。より低い次元の **amplituhedra** (複数) は、有限数の粒子間の相互作用に一致するが、これらはこのマスター構造の面の上に生きている。

「それらは非常に強力な計算技術だが、同時に、信じられないほど深い意味をもっている」と Skinner は言っている。「それらは、空間・時間という観点で考えることが、これを

扱う正しい方法でないことを示唆するものです。」

量子重力の探究

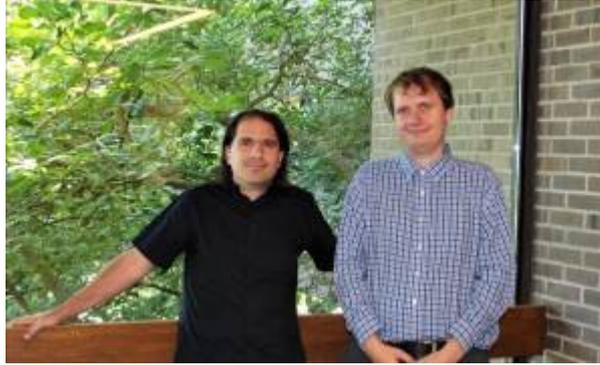
調和できないように見える重力と量子場理論の衝突は、ブラックホールにおいて危機的様相を呈する。ブラックホールは、莫大な量の質量を極端に小さな空間に詰め込み、重力を量子スケールにおける主役にするが、それは通常は無視することができる。必然的に、局所性か単一性が、その衝突の根源となっている。

「私たちは、その両方の考えとも、棄てなければならないという証拠を手にしています」と Arkani-Hamed は言う。「この二つは（量子重力理論のような）次に記述すべきものの基本的な項目ではありえません。」

粒子を目に見えない、振動するひもとして扱う枠組の「ひも理論」は、ブラックホールの環境で成立しないように見える量子重力理論に代わる、一つの候補である。だが、その現実世界との関係は証明されていない——あるいは、少なくとも混乱している。最近、ある奇妙な二重性（リンク）が、ひも理論と量子場理論の間に発見され、それは、前者（重力を含む）と後者（重力を含まない）は、この 2 つの理論が、同じ出来事を、あたかも異なった次元数で起こっているかのように記述するときには、数学的に等価であることを示している。誰もこの発見を、どう解釈すべきかを知らない。しかし新しい **amplituhedron** 研究は、空・時が、したがって次元が、どっちにせよ、幻影であるかもしれないことを示唆している。

「我々は、物理学を記述する、通常の慣れ親しんだ、量子力学的空・時の考え方に頼ることはできません」と Arkani-Hamed は言う。「我々は、それについて話す別の新しい方法を学ばねばならないのです。この仕事は、その方向を目指すほんの第一歩です。」

単一性と局所性を取り外しても、量子場理論の **amplituhedron** による公式化は、今のところまだ重力を取り込んではいない。しかし研究者たちはその研究を続けている。彼らは、重力子を含む散乱プロセスは、**amplituhedron** によって記述可能になるかもしれないと言っている。「それは密接に関係しているかもしれないが、少し違っており、発見はもっと難しいです」と Skinner は言う。



プリンストン高等研究所教授 Nima Arkani-Hamed (左)、と彼の前学生で共著者の Jaroslav Trnka

物理学者たちはまた、この新しい幾何学的公式化は、宇宙に存在することが知られている粒子に、正確に当てはまることを証明しなければならない——これを開発するのに彼らを用いた、最高限度にシンメトリックな Yang-Mills 理論と呼ばれる、理想化された量子場理論に当てはまるのでなく。このモデルは、あらゆる知られた粒子に対する“スーパー・パートナー”粒子を含み、空-時を平坦なものとして扱うものだが、それは「これらの新しい道具として、最も単純なテストケースであると判明しています」と Bourjaily は言った。「これらの新しい道具を他の理論にまで一般化する方法が、理解されています。」

計算をより容易くすることと、量子重力に繋がっていく可能性を越えて、amplituhedron の発見は、それ以上に意味深いシフトを起こすことができるはずだと Arkani-Hamed は言っている。すなわち、自然界の基本的な構成要素としての空間と時間を放棄すること、そして、宇宙のビッグバンと宇宙論的進化が、どのようにして純粋幾何学から生じてきたかを、解き明かすことである。

「ある意味で、私たちは、変化はこの対象の構造から生じていることを知るでしょう」と彼は言う。「しかしそれは、この対象の変化によるものではありません。この対象は基本的に時間を超えたものです。」

さらなる研究が必要ではあるが、多くの理論物理学者が、この新しい考え方に熱烈な注意を払っている。

この仕事は「いくつかの観点から非常に思いがけないものでした」と、プリンストン高等研究所の理論物理学者 Witten は言っている。「この分野はまだ急速に発展中で、何が起こるか、その教訓がどんなことであると判明するか、予測は困難です。」

(原題 : A Jewel at the Heart of Quantum Physics、2014 年 12 月 10 日アップデート)